

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA MATEMÁTICA



Lic. en Fonoaudiología
Lic. en Enfermería
Lic. en Kinesiología

Curso de Nivelación:

2021

Parte 1.

INDICE

1- Numeración y elementos de la Matemática	pág. 2
2- Números periódicos	pág. 3
3- Operaciones con fracciones	pág. 4
4- Operaciones algebraicas	pág. 7
5- Fracciones y porcentaje	Pag. 8
6- Despeje de ecuaciones	pág. 10
7- Potenciación	pág. 16
8- Radicación	pág. 18

El presente dossier, no pretende ser más que una breve guía de herramientas matemáticas y físicas básicas, con el solo fin de allanar el inicio de los pintorescos caminos a cada uno de los estudiantes al transitar nuestra joven facultad.

Los amigos trascienden el tiempo y espacio, a ellos un especial agradecimiento, por cada aporte y en especial por su dedicación y acompañamiento a lo largo de tantos años de ingreso. Gracias Lic. Julián José Riccardi, Lic. Rodrigo Nahuel Delgado Mons, José Nahuel Olivares, Lic. Leo Dí Lorenzo y tantos todos los que de una u otra forma han contribuido.

Numeración y Elementos de la Matemática

A través del tiempo, el hombre fue complejizando e inventando en función de sus necesidades, el lenguaje matemático, adaptándolo y modificando su significación. En un principio adquirió la idea de número natural y a partir de allí, a lo largo de muchos siglos y de un arduo trabajo, se llegó a la idea que actualmente se tiene de número. Con los cuales se pueden expresar cantidades y medidas, además de operar con ellos.

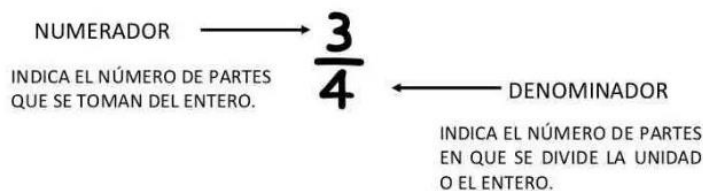
Pasando por los naturales, los números enteros, los racionales, etc..

Números Periódicos

En el estudio y durante las prácticas de las carreras de Ciencias de la Salud, encontraremos, por ejemplo, cantidades expresados como una fracción o como un número decimal.

Ejemplo:

$\frac{1}{4}$ de litro de alcohol (Medida de volumen), que equivalen a 0,25 litros o a 250 ml de alcohol.



Podemos dividir el numerador por el denominador en un número fraccionario y obtener: números decimales y luego hacer operaciones para revertir el proceso.

En ocasiones el resultado de tal división, no es un número decimal exacto, sino un número periódico. Se denomina periodo al conjunto de números que se repite después de la coma. Se distinguen dos tipos de números; puros y mixtos. Por ejemplo:

- | | | |
|--|------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{3} = 0,666... = 0,6$ | (periódico puro) | El periodo es 6 |
| b) $\frac{34}{99} = 0,343434... = 0,34$ | (periódico puro) | El periodo es 34 |
| c) $\frac{49}{9} = 5,444... = 5,4$ | (periódico puro) | El periodo es 4 |
| d) $\frac{3442}{990} = 3,4767676... = 0,476$ | (periodo mixto) | El periodo es 76 |

Como puede verse en los ejemplos anteriores, un número es *periódico puro* cuando inmediatamente después de la coma hay una o más cifras periódicas. En cambio, se dice *periódico mixto* cuando no inmediatamente después de la coma hay una o más cifras periódicas.

Ejercicios:

1) Convertir los siguientes números fraccionarios en decimales:

- $\frac{1}{2} =$
- $\frac{3}{4} =$
- $\frac{1}{8} =$
- $\frac{2}{3} =$
- $\frac{21}{15} =$
- $\frac{15}{21} =$

A cualquier número decimal se le puede encontrar la fracción correspondiente

Decimal exacto: se escribe en el numerador el número que está después de la coma y en el denominador un uno seguido de tantos ceros como cifras tenemos.

Ejemplo:

$$7.986 = \frac{7986}{1000}$$

Periódico puro: En el numerador escribimos la parte entera seguida del periodo, menos la parte entera. En el denominador escribimos tantos 9 como cifras tiene el periodo.

Ejemplo:

$$3.\overline{804} = \frac{3801}{999}$$

Periódico mixto: En el numerador escribimos la parte entera seguida de la parte no periódica y ésta seguida del periodo, menos la parte entera seguida de la parte no periódica. En el denominador escribimos tantos 9 como cifras tiene el periodo seguidos de tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica que sigue a la coma.

$$65,7\overline{34} = 65,7343434... = \frac{65734 - 657}{990} = \frac{65077}{990}$$

2) Convertir los siguientes números decimales en fracciones:

- | | |
|---------------------------|----------------|
| a) 3,45 = | RTA= 69/20 |
| b) 0,75 = | RTA= 3/4 |
| c) - 0,5 = | RTA= - 1/2 |
| d) 0,125 = | RTA= 1/8 |
| e) 23, $\overline{56}$ = | RTA= 2356/999 |
| f) 87, $\overline{554}$ = | RTA= 14447/165 |

Fracciones mixtas

Es una fracción convalidada entre un número entero y un fraccionario.

$$3\frac{4}{5} = \frac{5 \times 3 + 4}{5} = \frac{19}{5}$$

3) Convertir las siguientes fracciones mixtas en fracciones o en números decimales.

- | | |
|------------------------|--------------|
| a) $2\frac{4}{7}$ = | RTA= 18/7 |
| b) $4\frac{11}{3}$ = | RTA= 132/3 |
| c) $23\frac{31}{57}$ = | RTA= 1342/57 |

Puedes entrar al siguiente simulador para practicar y conocer más aún de fracciones.

https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-mixed-numbers/latest/fractions-mixed-numbers_en.html

Operaciones con fracciones

Usualmente necesitamos sumar, restar, dividir estas cantidades fraccionarias y es necesario conocer reglas para obtener resultados correctos. Como su nombre lo indica, fraccionarios deriva de partes o fracciones de una unidad.

Para el estudio del sonido en fonoaudiología, es necesario conocer partes de una onda como, la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda, etc. Estas magnitudes pueden expresarse en fracciones de unidad, es decir en numeración fraccionaria. Cuando en la interferencia de ondas nos encontramos con una amplitud de $1/4\text{m}$ (m es la unidad que indica metros) y otra onda de $2/3\text{ m}$, debemos sumar las amplitudes para obtener el resultado de la onda final. De esta manera debemos sumarlas como se puede ver en el siguiente apartado.

Suma

La suma de varias fracciones con igual denominador, es una fracción con el mismo denominador que aquellas y el numerador es la suma de los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{12}{5} + \frac{66}{5} = \frac{80}{5}$$

4) Resolver las siguientes operaciones de suma con igual denominador.

- a) $\frac{7}{7} + \frac{4}{7} =$ RTA= 11/7
b) $\frac{41}{57} + \frac{11}{57} =$ RTA= 52/57
c) $\frac{110}{543} + \frac{433}{543} =$ RTA= 1

Si las fracciones tienen distinto denominador, como en el caso de las amplitudes de las ondas mencionadas en el primer párrafo, se busca un común denominador. Luego se divide el común denominador por el denominador de cada fracción por separado y se multiplica por el numerador de cada una de las fracciones. Finalmente se suman los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3 + 8}{12} = \frac{11}{12}$$

5) Resolver las siguientes operaciones de suma con distinto denominador.

- a) $\frac{8}{5} + \frac{4}{6} =$ RTA= 34/15
b) $\frac{70}{15} + \frac{321}{30} =$ RTA= 461/30
c) $\frac{87}{13} + \frac{11}{43} =$ RTA= 3884/559

Resta

La resta es un caso particular de la suma, solo se deben respetar los signos en las operaciones. En el caso de restas de igual denominador.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} - \frac{12}{5} - \frac{66}{5} = -\frac{76}{5}$$

6) Resolver las siguientes operaciones de restas con igual denominador.

- a) $\frac{7}{7} - \frac{4}{7} =$ RTA= 3/7
 b) $\frac{41}{57} - \frac{11}{57} =$ RTA= 31/57
 c) $\frac{110}{543} - \frac{433}{543} =$ RTA= 323/543

Si las fracciones tienen distinto denominador se procede de igual manera, cuidando los signos.

Ejemplo:

$$\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3-8}{12} = -\frac{5}{12}$$

7) Resolver las siguientes operaciones de restas con distinto denominador.

- a) $\frac{6}{7} - \frac{4}{8} =$ RTA= 5/14
 b) $\frac{14}{34} - \frac{11}{57} =$ RTA= 212/969
 c) $\frac{110}{55} - \frac{433}{543} =$ RTA= 653/543

Multiplicación:

El producto de varias fracciones da como resultado, otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 4} = \frac{2}{12}$$

8) Resolver las siguientes operaciones de restas con distinto denominador.

- a) $\frac{6}{7} \cdot \frac{4}{8} =$ RTA= 24/56
 b) $\frac{14}{34} \cdot \frac{11}{57} =$ RTA= 154/1938
 c) $\frac{110}{55} \cdot \frac{43}{54} =$ RTA= 1,56

División:

Para dividir una fracción por otra, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{12}$$

9) Resolver las siguientes operaciones de restas con distinto denominador.

a)	$\frac{6}{7} : \frac{4}{8} =$	RTA= 12/7
b)	$\frac{14}{34} : \frac{11}{57} =$	RTA= 399/187
c)	$\frac{110}{55} : \frac{43}{54} =$	RTA= 108/43

IMPORTANTE: Notarás que tanto en los ejemplos, como en los ejercicios, hemos trabajado con algunas operaciones similares, alternando entre suma y resta o multiplicación y división. La intención de tal propuesta es la de mostrar la diferencia en los resultados, con el fin de al resolver se observe la diferencia operacional.

OPERACIONES ALGEBRAICAS

Estos ordenamientos agrupan, operaciones simples, con el objetivo de ejercitar y agilizar el manejo de números y las relaciones que puedan presentarse. Son además la base para operaciones más complejas que implicarán por ejemplo funciones. En el estudio de la propagación de calor, necesario para realizar un tratamiento kinesiológico, la ecuación de conductividad térmica es una operación algebraica que debe resolverse para conocer el aumento o disminución de temperatura a través de una capa dérmica.

Para hallar el resultado de la siguiente expresión, debemos proceder como sigue:

$$\frac{11}{15} - \frac{1}{3} - \left\{ \frac{2}{5} - \frac{5}{6} - \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \left(\frac{7}{30} + \frac{4}{5} - 1 \right) + \frac{1}{4} \right] \right\} - 1 =$$

Primero se suprime el paréntesis, luego el corchete y luego la llave, siguiendo la regla de los signos. Es decir, si el paréntesis está precedido por un signo + entonces no cambia el signo de los términos que se encuentran dentro del paréntesis. Si el paréntesis está precedido por un signo – entonces cambia el signo de todos los términos que se encuentran dentro del paréntesis. Lo mismo vale para el corchete y la llave

$$\begin{aligned} & \frac{11}{15} - \frac{1}{3} - \left\{ \frac{2}{5} - \frac{5}{6} - \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{7}{30} - \frac{4}{5} + 1 + \frac{1}{4} \right] \right\} - 1 = \\ & \frac{11}{15} - \frac{1}{3} - \left\{ \frac{2}{5} - \frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{7}{30} + \frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{4} \right\} - 1 = \\ & \frac{11}{15} - \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{7}{30} - \frac{4}{5} + 1 + \frac{1}{4} - 1 = \\ & \left(\frac{11}{15} + \frac{5}{6} + \frac{3}{4} + 1 + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{2} + \frac{7}{30} + \frac{4}{5} + 1 \right) = \\ & \frac{107}{30} - \frac{98}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

10) Resolver las siguientes operaciones.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{-2}{5} : \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3} : \frac{1}{3} & Re = \frac{-673}{300} \\ \text{b)} \quad & 1 + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \left(\frac{8}{9} - \frac{1}{3} + 2 \right) - \frac{5}{6} \right] & Re = \frac{9}{4} \\ \text{c)} \quad & 1 + \left(-\frac{3}{4} \right) \frac{8}{3} - \left[-\frac{1}{2} - \left[\frac{5}{8} - 1 + \frac{3}{5} \left(-10 - \frac{15}{4} \right) - 1 \right] \right] & Re = \frac{-81}{8} \\ \text{d)} \quad & \frac{2 + \frac{1}{10}}{\frac{1}{10}} - 3 : 2 + \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{21}{20}}{\frac{1}{10}} & Re = \frac{237}{10} \end{aligned}$$

Fracciones y porcentaje

Cuando hablamos de que se utiliza alcohol al 60%, para higienizar manos o superficies. Pero compramos alcohol al 96%. ¿Qué cantidad de agua deberé agregarle a 1 litro de alcohol al 96% para que alcance una dilución de 60%?. Estos planteos son habituales en Salud debido a que tanto en Fonoaudiología, Kinesiología y en especial en Enfermería, es de vital importancia la higiene.

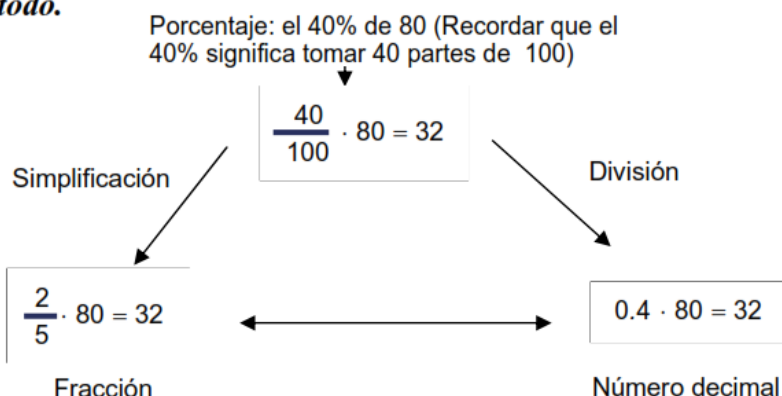
El *porcentaje* expresa que parte o porción de un total, representa una cantidad.

Ejemplo: Obtener el 15% de 28

el 15% de 28 (significa tomar 15 partes de 100)

$$\frac{15}{100} \times 28 = 4,2$$

En el siguiente diagrama mostramos las diferentes maneras de expresar una parte de un todo.



11) Calcular.

a) Calcular el 32% de 100

RTA: 32

b) ¿Cuánto es el 15% de 38?

RTA: 5,7

c) Si en un litro de sangre, existe un 2% de determinado contaminante. ¿A qué volumen de contaminante corresponde dicho porcentaje?

RTA: 0,02 litros

d) Hallar el precio final de una mancuerna para rehabilitación, que cuesta regularmente 500 pesos, si tiene 20% de descuento.

RTA: \$ 400

NÚMEROS IRRACIONALES

Algunos decimales no son exactos ni periódicos. Recordemos de geometría al número π que se usa para calcular longitudes de circunferencias, áreas de círculos y volúmenes como los que contienen líquidos, sólidos o gases. La aproximación más utilizada para π es 3.1416. La representación decimal de este número continúa interminablemente sin repetición. Gracias a la tecnología que ahora tenemos, una computadora calculó π como decimal hasta cien cifras, he aquí algunas:

$$\pi = 3,141592653589793238462643383279.....$$

Los pitagóricos fueron quienes descubrieron los números irracionales al aplicar el Teorema de Pitágoras en un triángulo cuyos catetos eran iguales a la unidad. Cuando calcularon la hipotenusa se encontraron que medía $\sqrt{2}$ y que no era un número natural. Para ellos los números naturales constituían el principio de todas las cosas, por esta causa,

mantuvieron el descubrimiento de los irracionales en el más estricto secreto. Son número irracionales: e , $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc. Porque no tienen un periodo finito. El uso del número e es muy común en biología para estudiar el crecimiento de ciertas poblaciones de bacterias o su propagación. En una onda particular utilizada en fonoaudiología, la ecuación que la describe utiliza el número e . Cuando veamos funciones, la encontraremos entre las funciones logarítmicas y exponenciales.

Otra manera de obtener números irracionales es escribir un número cuyas cifras decimales sean infinitas y no presenten periodicidad:

0.1234567891011121314151617181920...., -2.16716781678916711672....

PASAJE DE TÉRMINOS. DESPEJANDO LA INCOGNITA

Muchas veces tenemos una ecuación que contiene una incógnita, que solemos llamar x , y necesitamos conocerla. Es importante saber que la incógnita puede ser una t , que es el tiempo que dura una rehabilitación o una d , que hace referencia a una dosis de medicamento. Lo que queremos entonces es aprender a despejar la cualquier incógnita, que para nuestro ejemplo tomaremos como x . Es decir, obtener una ecuación que diga explícitamente a qué es igual x .

Se conoce este tema dentro de la matemática como “pasaje de términos”. Existe un mito detrás de todo esto, ya que, por algún motivo, los estudiantes se asustan al escuchar dicha frase. Es algo realmente muy sencillo y además divertido. Debemos pensar que es un juego, y como todo juego, tiene sus reglas. Entonces, solo tenemos que aprender sus reglas y jugarlo. No es más difícil que aprender a jugar al truco o al póker. Mientras más se los juega, mejor se los aprende.

Lo haremos utilizando ejemplos y proponiendo una serie de pasos. Pero antes daremos unas reglas a tener en cuenta.

Regla N° 1: Los términos están separados por signos + y -. El signo de cada término es el que figura delante del mismo. Por ejemplo, en la expresión

$$\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{5x-2}{4} = \frac{2-3x}{2}$$

los términos son: $+\frac{2}{3}$, $+\frac{\sqrt{3}}{5}$ y $-\frac{5x-2}{4}$ en el primer miembro; y $+\frac{2-3x}{2}$ en el segundo. En el término $-\frac{5x-2}{4}$ está implícito un paréntesis en el numerador. Lo que estamos diciendo es $-\frac{(5x-2)}{4}$, es decir, todo lo que está arriba de la línea de quebrado está dividido por 4. Lo mismo sucede con el término $\frac{2-3x}{2}$.

Regla N° 2: Las únicas operaciones permitidas entre términos son: suma y resta.

Regla N° 3: Cuando pasamos un término de un miembro a otro, cambia su signo.
 Por ejemplo, en la expresión anterior, si queremos dejar en el primer miembro solamente el tercer término, obtenemos

$$- \frac{5x-2}{4} = \frac{2-3x}{2} - \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{5}$$

Si no queremos que aparezca el signo (-) delante del término entonces cambiamos de signo a todos los términos, tanto del primer miembro como del segundo. Así queda

$$\frac{5x-2}{4} = - \frac{2-3x}{2} + \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{5}$$

Observar que lo que en realidad hemos hecho fue multiplicar por -1 en ambos miembros.

Regla N° 4: Las únicas operaciones permitidas dentro de un término son: multiplicación, división, potenciación y radicación. Cuando realicemos cualquiera de estas operaciones debemos tener un solo término en el miembro origen, sin importar lo que hay en el miembro destino.

Regla N° 5: Si tenemos un factor que está multiplicando, al cambiarlo de miembro pasa dividiendo a todo el miembro, y viceversa.

Regla N° 6: Si en un término tenemos un factor que está elevado a una potencia, la potencia pasa al otro miembro como raíz de todo el miembro, y viceversa.

Ejemplo: Despejar la x en la expresión

$$(3) \quad 2 - 5 - 6x = 3x$$

Paso número 1: Identificar el o los términos.

Los términos están separados por signos + y -. En nuestra ecuación identificamos 4 términos: 2, -5 y -6x en el primer miembro, y 3x en el segundo.

Paso número 2: Identificar los términos donde se encuentra la .

En este caso -6x y 3x.

$$2 - 5 - \underline{\underline{6x}} = \underline{\underline{3x}}$$

Paso número 3: Pasar al primer miembro los términos que contienen la , y pasar al segundo miembro aquellos que no la contienen.

Las únicas operaciones entre términos son la suma y la resta. Cuando cambiamos un término de miembro cambia su signo. Así obtenemos

$$- 6x - 3x = - 2 + 5$$

Paso número 4: Si es conveniente, cambiar de signo a todos los términos.

En general, uno prefiere tener signos + en lugar de signos -. En este caso es conveniente cambiar de signo en ambos miembros. Así

$$6x + 3x = 2 - 5$$

Paso número 5: Sumar términos.

Puesto que las únicas operaciones entre términos son de suma y resta, entonces procedemos a sumar aquellos que podamos. En este caso, $6x$ y $3x$ pueden sumarse. Es como decir 6 pesos más 3 pesos es igual a 9 pesos, 6 tomates más 3 tomates es igual a 9 tomates. Y por otro lado, los del segundo miembro, debo 5 pesos, pago 2 pesos, sigo debiendo 3 pesos. Así obtenemos

$$9x = -3$$

Paso número 6: Despejar la x .

Las operaciones que aparecen dentro de un término son: multiplicación, división, potenciación y radicación. En este ejemplo tenemos un término en el primer miembro y uno en el segundo. Debemos dejar solamente la x en el primer miembro, nos molesta el 9. El 9 está multiplicando, pasa al segundo miembro dividiendo. Así

$$x = -\frac{3}{9}$$

Paso número 7: Simplificar.

Siempre que se pueda es conveniente simplificar. Así, en nuestro ejemplo obtenemos

$$x = -\frac{1}{3}$$

Paso número 8: Verificación.

Siempre es conveniente verificar si nuestro resultado es correcto. El modo de hacerlo es ir a la ecuación (3), reemplazar la x por el valor que acabamos de hallar, y verificar que el primer miembro es igual al segundo. Así

$$2 - 5 - 6\left(-\frac{1}{3}\right) \stackrel{!}{=} 3\left(-\frac{1}{3}\right)$$

Colocamos el signo ! sobre el signo = porque aún no hemos terminado de hacer la verificación (también podemos usar el signo ?). Sumando obtenemos

$$2 - 5 + 2 \stackrel{!}{=} -1$$

finalmente

$$-1 = -1$$

Otra manera de despejar es una incógnita es realizando operaciones en ambos miembros de forma que se anulen términos.

$$\frac{x+3}{100} = 1$$

$$(100)\left(\frac{x+3}{100}\right) = (1)(100)$$

$$x+3 = 100$$

$$x+3-3 = 100-3$$

$$x = 100-3$$

$$x = 97$$

12) Hallar el valor de x en las siguientes expresiones.

$$\text{a) } x : \frac{1}{5} = -\frac{1}{2} \qquad Re : x = -\frac{1}{10}$$

$$\text{b) } \frac{3}{2}x + 2 = x \qquad Re : x = 4$$

$$\text{c) } \frac{\frac{1}{3}}{x} = \frac{4}{5} \qquad Re : x = \frac{5}{12}$$

$$\text{d) } \frac{-2 + \frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{x} \qquad Re : x = -\frac{1}{25}$$

$$\text{e) } \frac{\frac{x}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{10} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6} - \frac{5}{10}}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} \qquad Re : x = -\frac{3}{5}$$

POTENCIACIÓN

Cuando encontramos la siguiente expresión: 2^3 , decimos que 2 se encuentra elevado al cubo. El 3 es la potencia y 2 es la base.

En general se puede escribir:

$$t^n$$

Donde t puede ser cualquier número real cualquiera y h un número natural.
Por definición

$$t^0 = 1 \text{ si } t \text{ es } \neq (\text{distinto de}) 0$$

Ejemplo:

$$5^0 = 1$$

Cuando la potencia es 1, el resultado es igual que la base.

$$t^1 = t$$

Ejemplo:

$$5^1 = 5$$

Propiedades

A) El producto de varias potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores:

$$t^n \cdot t^m = t^{n+m}$$

Ejemplo:

$$2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 = 2^{3+2+4} = 2^9$$

13) Resolver aplicando la propiedad:

a) $4^5 + 4^3 =$

b) $9^7 + 9^6 =$

B) El cociente de dos potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes del dividendo y del divisor:

$$\frac{t^n}{t^m} = t^{n-m}$$

Ejemplo:

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$$

14) Resolver aplicando la propiedad:

- a) $\frac{4^6}{4^5} =$
 b) $\frac{7^9}{7^2} =$

C) La potencia n -ésima de un producto es el producto de las potencias n -ésimas de sus factores:

$$(t \cdot v)^n = t^n \cdot v^n$$

Ejemplo:

$$(2 \cdot 13 \cdot 14)^3 = 2^3 \cdot 13^3 \cdot 14^3$$

15) Resolver aplicando la propiedad:

- a) $(4 \cdot 8)^3 =$
 b) $(12 \cdot 5 \cdot 7)^4 =$

D) La potencia n -ésima de un cociente es el cociente de las potencias n -ésimas del dividendo y del divisor:

$$\left(\frac{t}{v}\right)^n = \frac{t^n}{v^n}$$

Ejemplo:

$$\left(-\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{3^3} = \frac{(-1)^3 \cdot 5^3}{3^3} = -\frac{5^3}{3^3}$$

16) Resolver aplicando la propiedad:

- c) $\left(\frac{12}{7}\right)^2 =$
 d) $\left(\frac{5}{9}\right)^3 =$

E) La potencia de una potencia es igual a la misma base elevada al producto de los exponentes.

$$(t^n)^m = t^{n \cdot m}$$

Ejemplo:

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

17) Resolver aplicando la propiedad:

a) $((4)^2)^3 =$

b) $((5)^4)^6 =$

F) Si el exponente es negativo, se tiene:

$$t^{-n} = \frac{1}{t^n}$$

Ejemplo:

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$$

18) Resolver aplicando la propiedad:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} =$

b) $(2)^{-4} =$

Observación: Cuando tenemos la potencia de una suma **no** se debe distribuir el exponente, ya que los resultados obtenidos no son los mismos, por ejemplo $(2 + 5)^2 \neq 2^2 + 5^2$ pues $7^2 \neq 29$
En general:

$$(a + b)^n \neq a^n + b^n$$

Ejemplo

$$(1 + 3)^2 \neq 1^2 + 3^2$$

$$(4)^2 \neq 1 + 9$$

$$16 \neq 10$$

19) Resolver aplicando la propiedad:

a) $2^2 + 2^3 : 2^4 =$

b) $-5^2 \cdot (-5)^{-5} : (-3)^{-2} =$

c) $3a^1 \cdot 3a^3 \cdot (3a)^{-4} =$

Notación científica

Para expresar la medida de una bacteria en biología y/o la frecuencia en el sonido o en ondas electromagnéticas aplicables en tratamientos kinésicos por ejemplo, se utilizan números muy grandes o muy pequeños, lo cual tiene sus dificultades. Por un lado las operaciones con ellos son muy complicadas y por otro, al poseer tantas cifras, no es posible tener una idea de cuán grande o pequeño es el número.

El uso de la notación científica resuelve estos inconvenientes, ya que resulta muy cómoda para la escritura de números grandes o muy pequeños y reduce a una forma sencilla las operaciones a realizar con ellos. Por ejemplo, el tamaño de una célula humana presenta mucha variabilidad, los glóbulos rojos por ejemplo miden $7\mu\text{m}$ (micrómetros), y el radio de la Tierra es de $6,5\text{ Mm}$ (millones de metros).

Si escribimos ambas magnitudes con todas sus cifras tenemos:

$$7\mu = 0,0000007\text{ m (glóbulo rojo)}$$

$$6,5\text{ Mm} = 6500000\text{ m (radio Terrestre)}$$

Como se puede observar, ambos números son incómodos a la hora de compararlos. ¿Cuántas veces más grande es el radio de la Tierra que el largo de un glóbulo rojo? o si colocamos un glóbulo rojo detrás de otro ¿Cuántos necesitaría para cubrir el radio Terrestre? La división es engorrosa. Pero si pedimos ayuda a la notación científica se simplifica bastante.

Primero reescribiremos ambos números:

$$0,0000007\text{ m} = 7 \times 10^{-6}\text{ m}$$

$$6.500.000\text{ m} = 6,5 \times 10^6\text{ m}$$

Observa como hemos escrito ambos números como potencias de 10. Presta especial atención en el signo de la potencia. Ahora podremos compararlas, realizando un cociente:

$$\frac{\text{radio Terrestre}}{\text{diametro globulo rojo}} = \frac{6,5 \times 10^6\text{ m}}{7 \times 10^{-6}\text{ m}}$$

Realizamos primero la operación $\frac{6,5}{7}$ que nos da 0,93, luego aplicamos las propiedades de las potencias la base igual a 10.

$$\frac{6,5 \times 10^6\text{ m}}{7 \times 10^{-6}\text{ m}} = 0,93 \times 10^{6-(-6)} = 0,93 \times 10^{12}$$

La respuesta será entonces que el radio Terrestre es $9,3 \times 10^{11}$ veces mayor que el glóbulo rojo. ¡Pudimos resolver esa cuenta sin utilizar la calculadora!

Un número del tipo $x \cdot 10^n$ está en notación científica cuando $1 \leq x < 10$

Puedes ampliar más sobre el tema en las páginas 8 y 9 del libro Física Vol. 01 - 6ta Edición – D.Giancoli. en las tablas 1-1 a 1-4, encontraras magnitudes, unidades y prefijos métricos.

20) Expresar los siguientes números en notación científica y viceversa según corresponda.:

- a) 150.000.000 Km =
- b) 0,000000012 m =
- c) 2×10^{12} s =
- d) 9×10^{-3} =

Ejercicios propuestos: 1, 3 y 4. Pag 16, del libro Física Vol. 01 - 6ta Edición – D.Giancoli

RADICACIÓN

En términos simples, la radicación es la inversa de la potenciación. Cuando encontramos la siguiente expresión: $\sqrt{9} = 3$, decimos que raíz cuadrada de 9 es igual a 3. Esto es válido porque $3^2 = 9$.

En general se puede escribir:

$$\sqrt[n]{t} = b \text{ si } t = b^n$$

Solo se debe tener cuidado de que n sea par, $t \geq 0$ y cuando t es par, b puede que ser cualquier número real.

Cada número real positivo “t” tiene una única raíz n-ésima positiva y cada número real negativo tiene una única raíz n-ésima negativa, siempre que n sea un número impar.

Los siguientes comentarios son importantes:

- Los números negativos no tienen raíz cuadrada (en el conjunto de los números reales), ya que el cuadrado de cualquier número real es **no negativo**. Por ejemplo, $\sqrt{-4}$ no es un número real pues no existe un número real cuyo cuadrado sea -4 .
- La raíz n-ésima, $n > 1$, de 0 es 0, ya que $0^n = 0$. Es decir, $\sqrt[n]{0} = 0$.

Ejemplos:

$$\text{a) } \sqrt{64} = 8 \qquad \text{b) } \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \qquad \text{c) } (\sqrt{1.4})^2 = 1.4$$

$$\text{d) } \sqrt{5^2} = 5 \qquad \text{e) } \sqrt{(-5)^2} = 5$$

Si se analiza e), se observa: $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5 = |-5|$

$$\text{Ejemplos: a) } \sqrt[3]{4^3} = 4 \qquad \text{b) } \sqrt[5]{(-3)^5} = -3 \qquad \text{c) } \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3 \qquad \text{e) } \sqrt{x^2} = |x|$$

En lo que sigue supondremos que todos los radicales están definidos.

• Propiedades:

a) La raíz n -ésima de un producto es el producto de las raíces n -ésimas de los factores:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

b) La raíz n -ésima de un cociente es el cociente de las raíces n -ésimas del dividendo y del

divisor: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

c) La raíz m -ésima de la raíz n -ésima de un número es igual a la raíz $(m \cdot n)$ -ésima de

dicho número: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

$$\text{Ejemplos: a) } \sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

$$\text{b) } \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2 \cdot 4 \cdot 8} = \sqrt[6]{2 \cdot 2^2 \cdot 2^3} = \sqrt[6]{2^{1+2+3}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{5}{2}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[3]{4} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{4} \sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2}$$

Potencia de exponente racional

Recordemos la definición: sea un número racional $\frac{m}{n}$, con $n \geq 2$, si a es un número real

tal que $\sqrt[n]{a}$ está definida, entonces: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.

$$\text{Ejemplos: a) } 7^{\frac{3}{2}} = \sqrt{7^3}$$

$$\text{b) } 7^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{7^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{7^3}}$$

Observación: Las propiedades de las potencias de exponente racional son las mismas que las de las potencias de exponente natural.

Ejemplo:
$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt[6]{8}} = \frac{\sqrt{2^5}}{\sqrt[6]{2^3}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{3}{6}}} = \frac{2^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$$

Decidir cuales de las siguientes igualdades son verdaderas o cuales son falsas.

21) Decidir cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas o cuales son falsas.

a) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b) $\sqrt{a \div b} = \sqrt{a} \div \sqrt{b}$

c) $\sqrt{9m+9n} = \sqrt{9(m+n)} = 3\sqrt{m+n}$

d) $\sqrt{m} + \sqrt{m} = 2\sqrt{m}$

e) $\sqrt{x} + \sqrt{x} = \sqrt{2x}$

f) $3\pi - 5(\pi - 2) = -2\pi + 2$

22) Calcular sin usar la calculadora.

a) $\sqrt{1.6 \cdot 10^5}$

b) $\sqrt[4]{0.0001}$

c) $\sqrt{2.5 \cdot 10^{-3}}$

Bibliografía:

- UNSLRizzotto M. Elementos de la Matemática. 2010. UNSL
- Martinez Valenzuela R.; Mini M.; Pérez N.; Bajuk B.; Pekolj M.; Berraondo M.; Matemáticas para ingresantes, 4° Ed. 2008. UNSL.
- Resnik, R.; Halliday, D.; Krane K. 2001. Física Vol. 1. 4° Edición. Compañía Editoria Continental México.
- Giancoli, Douglas C.; Física, Principios con aplicaciones 4° Edición. 1997. Prentice Hall. México.
- Apuntes de la Cátedra 2020. Lic. Julián José Riccardo.